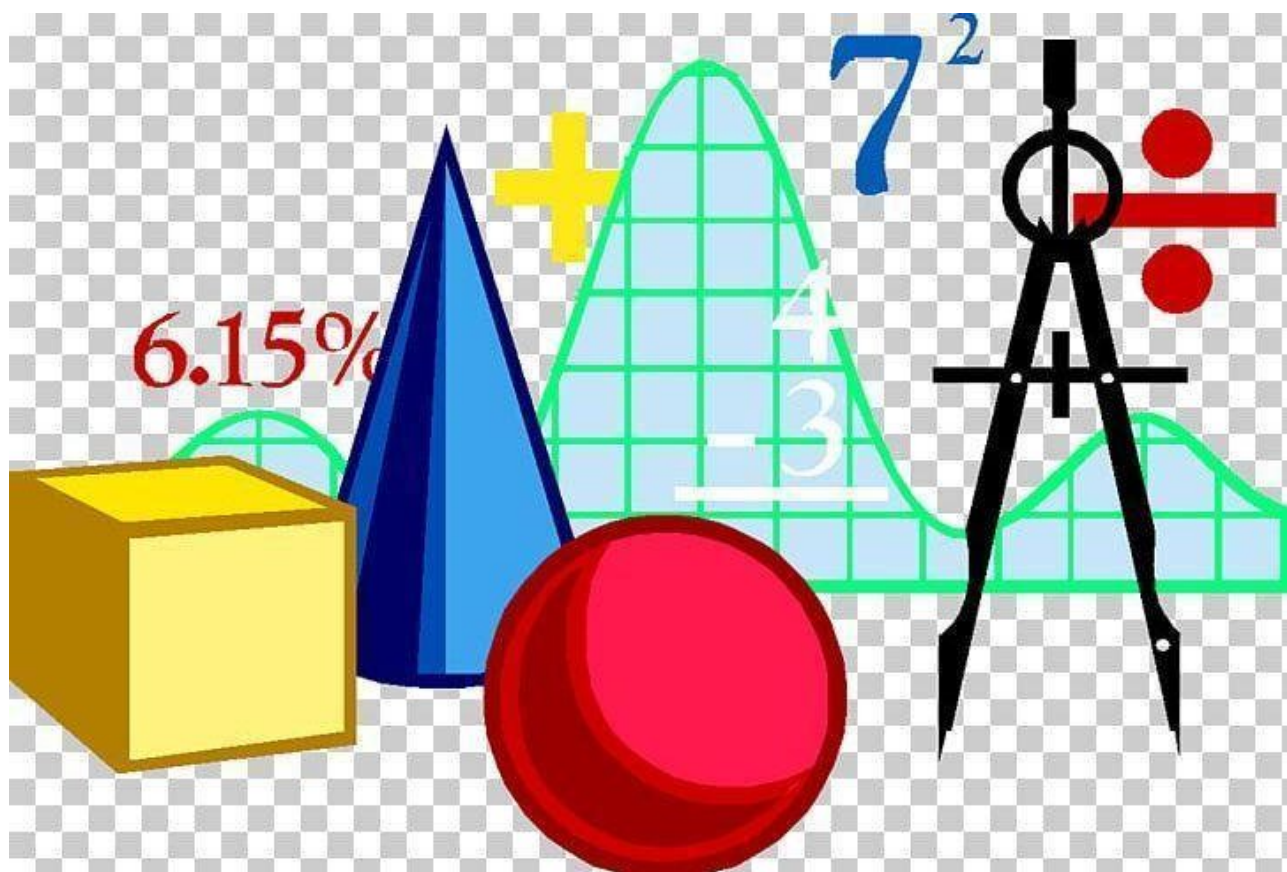


УПРАВЛІННЯ ОСВІТИ І НАУКИ
ЧЕРКАСЬКОЇ ОБЛАСНОЇ ДЕРЖАВНОЇ АДМІНІСТРАЦІЇ
КОМУНАЛЬНИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД «ЧЕРКАСЬКИЙ ОБЛАСНИЙ
ІНСТИТУТ ПІСЛЯДИПЛОМНОЇ ОСВІТИ ПЕДАГОГІЧНИХ ПРАЦІВНИКІВ
ЧЕРКАСЬКОЇ ОБЛАСНОЇ РАДИ»

О. М. Гриценко

**ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ
КОМПЕТЕНТНОСТІ УЧНІВ
ІНФОРМАЦІЙНО-АНАЛІТИЧНИЙ ЗБІРНИК**



Черкаси – 2021

УДК 372.851
Г 85

Рекомендовано до друку Вченою радою КНЗ «ЧОПОПП Черкаської обласної ради».

Протокол № 3 від 25.05.2021 року

АВТОР:

Гриценко О.М., методист лабораторії-центру зовнішнього незалежного оцінювання та моніторингу якості освіти комунального навчального закладу «Черкаський обласний інститут післядипломної освіти педагогічних працівників Черкаської обласної ради»

РЕЦЕНЗЕНТИ:

Лісова Н.І., проректор із питань зовнішнього незалежного оцінювання та моніторингу якості освіти комунального навчального закладу «Черкаський обласний інститут післядипломної освіти педагогічних працівників Черкаської обласної ради», доктор педагогічних наук;

Козлова О.М., методист лабораторії природничо-математичних дисциплін комунального навчального закладу «Черкаський обласний інститут післядипломної освіти педагогічних працівників Черкаської обласної ради»

Г 85 Формування математичної компетентності учнів/ автор О.М.Гриценко. Черкаси: ЧОПОПП Черкаської обласної ради, 2021. 36с.

Інформаційно-аналітичний збірник містить результати дослідження рівня математичних компетентностей учнів 4-5, 9-10 класів з використанням завдань у тестовій формі за зразком завдань міжнародного дослідження PISA і тренувального тестування з математики у форматі ЗНО учнів 11 класів Черкаської області. Згідно з результатами досліджень запропоновано методичні рекомендації для вчителів початкових класів та вчителів математики закладів загальної середньої освіти.

Рекомендовано для вчителів початкових класів та вчителів математики закладів загальної середньої освіти.

© КНЗ «ЧОПОПП Черкаської обласної ради», 2021.

ЗМІСТ

Передмова	4
Розділ 1. Дослідження рівня математичних компетентностей учнів 4-5 класів з використанням завдань у тестовій формі за зразком завдань міжнародного дослідження PISA	6
Розділ 2. Дослідження рівня математичних компетентностей учнів 9-10 класів з використанням завдань у тестовій формі за зразком завдань міжнародного дослідження PISA	10
Розділ 3. Дослідження рівня математичних компетентностей учнів 11 класів з використанням завдань у форматі ЗНО	13
Післямова	17
ДОДАТКИ	18
<i>Додаток 1.</i> Тест з математики для учнів 4-5 класів за зразком завдань міжнародного дослідження PISA	18
<i>Додаток 2.</i> Тест з математики для учнів 9-10 класів за зразком завдань міжнародного дослідження PISA	21
<i>Додаток 3.</i> Тест з математики для учнів 11 класів у форматі ЗНО	27
Список використаних джерел	35

ПЕРЕДМОВА

Не в кількості знань полягає освіта, а в повному розумінні й майстерному застосуванні в житті всього того, що знаєш.

А. Дістервег

У 2018 році Україна вперше взяла участь в дослідженні PISA. Головне завдання даного дослідження – оцінити, наскільки учень може застосувати свої знання в реальних життєвих ситуаціях і готовий до повноцінної участі в житті суспільства.

PISA встановлює 6 рівнів математичної грамотності від 1-го – найнижчого до 6-го найвищого. Результати дослідження виявили, що українські школярі та студенти відстають за рівнем навчальних досягнень від однолітків з Європи. Зокрема, середній рівень математичної грамотності українських учнів відповідає другому рівню і становить **453** бали. Це є базовий рівень – учні досягли **мінімально** необхідного в житті рівня компетентності. Середній показник математичної грамотності в Європі становить **489** балів. Різниця в показниках – **36** балів. Якщо взяти до уваги, що **30** балів відповідають одному року навчання в закладі загальної середньої освіти, то можна зробити висновок, що в математиці українські школярі відстають від своїх однолітків з інших країн більше ніж на рік. А **36%** українських учнів не змогли досягти навіть базового рівня математичної грамотності.

Наразі українські школярі на уроках математики, в основному, отримують набір знань без усвідомлення того, де вони можуть цими знаннями скористатися в майбутньому та як застосувати свої знання й уміння в різних життєвих ситуаціях. Цей факт підтверджують невисокі результати українських школярів з математики, отримані в дослідженні PISA-2018. Як зазначено в Національному звіті за результатами міжнародного дослідження якості освіти PISA-2018 однією з головних причин низьких результатів України є «недостатня увага до проблем становлення компетентнісної парадигми освіти з її акцентом на реальних практичних, життєвих проблемах, які актуальні для учнів і мотивують їх у навчанні» [1]. Але ж на сьогоднішній день суспільство у різних сферах діяльності потребує фахівців, які можуть вирішувати поставлені завдання, використовуючи математичні знання та методи. Здобуті в процесі навчання в закладах освіти знання, уміння, навички, учні повинні вміти використовувати для подолання труднощів і викликів у незнайомих обставинах — як у межах освітнього простору, так і поза ним. Адже в системі сучасної економіки люди отримують користь не від того, що саме вони знають, а від того, як і наскільки ефективно вони можуть застосовувати свої знання на практиці. У зв'язку з цим велика увага на сьогоднішній день в Україні приділяється компетентнісній освіті школярів.

З метою створення можливостей для рівного доступу українських учнів до сучасної та якісної математичної освіти та формування у них належного

рівня математичної компетентності 2020-2021 навчальний рік оголошено Роком математичної освіти в Україні (Указ Президента України №31/2020 від 30 січня 2020 року). 5 серпня 2020 року Кабінет Міністрів України ухвалив Концепцію розвитку природничо-математичної освіти (STEM-освіти), реалізація якої передбачена до 2027 року. Запровадження STEM-освіти не тільки дозволить вчителям наочніше пояснювати навчальний матеріал, а й допоможе учням вчитися критично мислити та вдало комбінувати отримані знання для вирішення реальних життєвих ситуацій. Адже одними із основних складників компетентностей школярів є навички логічного і математичного мислення та наукове розуміння природи і сучасних технологій. Технічні, математичні, інженерні професії мають стати знову популярними, а цю популярність потрібно розвивати. 14 квітня 2021 року Кабінет Міністрів України затвердив План заходів щодо популяризації природничих наук та математики до 2025 року з метою розвитку природничо-математичної освіти як фундаментальної основи для становлення держави, залученню молодих людей у професію та викладанню природничих і математичних дисциплін на належному рівні.

Лабораторією-центром ЗНО та моніторингу якості освіти проведено дослідження щодо виявлення проблем компетентісно орієнтованої математичної підготовки учнів закладів загальної середньої освіти Черкаської області. Зокрема, у розрізі цього дослідження було проведено навчально-тренувальні заходи з математики серед учнів 4-5, 9-10 та 11 класів, що передбачали моніторингові зрізи результатів виконання компетентнісних завдань. Завдання у тестовій формі та результати тренувальних тестувань з математики в зазначених класах детально розглянуто нижче.

Розділ 1. Дослідження рівня математичних компетентностей учнів 4-5 класів з використанням завдань у тестовій формі за зразком завдань міжнародного дослідження PISA

Відповідно до наказу Міністерства освіти і науки України про проведення основного етапу другого циклу загальнодержавного моніторингового дослідження якості початкової освіти «Стан сформованості читацької та математичної компетентностей випускників початкової школи закладів загальної середньої освіти» у 2020 році №64 від 17.01.2020, листа КРЦОЯО від 05.11.2020 №01-5/617 про зміну термінів проведення через пандемію COVID-19 та з метою підготовки учнів до участі в основному етапі другого циклу загальнодержавного моніторингового дослідження якості початкової освіти, формування навичок виконувати компетентнісно-орієнтовані завдання учням 4-5 класів був запропонований тренувальний тест з математики.

Дослідження проводилося упродовж грудня 2020 року та січня і лютого 2021 року. Пройти тестування учні могли в будь-який час. У дослідженні взяло участь **1200** учнів Черкаської області. Орієнтовний час виконання тесту **60** хвилин. Виконавши завдання тесту, учні мали змогу побачити кількість набраних балів за тест та переглянути кількість отриманих балів за кожне завдання тесту.

Навчально-тренувальні завдання створювалися за зразками завдань загальнодержавного моніторингового дослідження якості початкової освіти та міжнародного дослідження якості освіти PISA. Тест складався із **9** різнорівневих, різноформатних завдань на формування математичних компетентностей, серед яких **2** завдання закритого типу та **6** – відкритого. **П'яте** та **дев'яте** завдання – задача логіко-математичного змісту. За правильне виконання завдання зараховувався **1 або 2** бали. За неправильне – **0** балів. Максимальна кількість балів, яку можна було набрати, правильно виконавши всі завдання, – **12**.

У таблиці 1 подано результати виконання тесту з математики учнями 4-5 класів.

Таблиця 1

Бал	Кількість учнів	Відсотки
0	48	4%
1	107	9%
2	110	9%
3	87	7%
4	86	7%
5	93	8%
6	101	8%

7	98	8%
8	106	9%
9	110	9%
10	94	8%
11	63	5%
12	97	8%

Середній бал за виконання тесту з математики становить **6,4**.

На рис. 1 зображено частотний розподіл результатів тестування з математики учнів 4-5 класів.

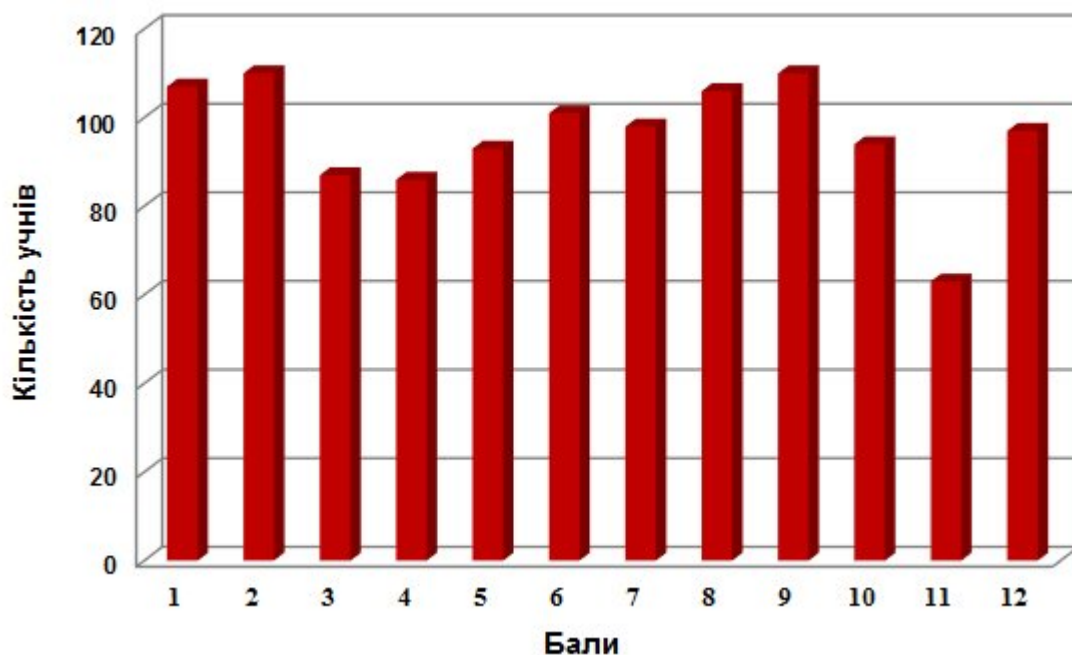


Рис. 1. Частотний розподіл результатів тестування з математики учнів 4-5 класів

У таблиці 2 подано результати виконання тесту з математики учнями 4-5 класів за рівнями навчальних досягнень.

Таблиця 2

Бали	Кількість учнів	Відсотки
1 - 3	304	26%
4 - 6	280	24%
7 - 9	314	27%
10 - 12	254	22%

Результати дослідження показали, що з 9 завдань тесту (див. додаток 1) 2 – виявилися легкими (№№ 3 і 7), 5 – оптимальними (№№ 1, 2, 5, 6 і 8), 2 – складним (№№ 4 і 9). Легкими для учнів виявилися завдання на розуміння швидкості рухомого тіла як шлях, пройдений ним за одиницю часу та на виконання арифметичних дій. Рівень виконання даних завдань становить 66% та 63% відповідно. Оптимальними для учнів виявилися завдання, які потребували: 1) використання властивостей геометричних фігур для обчислення значень величин, які потрібно знайти; 2) розв’язання задачі на пропорційне ділення; 3) логічного мислення; 4) вміння читати дані таблиці; 5) знаходження частини від числа. Рівень виконання цих завдань лежить у межах від 51% та 59%.

Складним для учнів 4-5 класів виявилось 4 завдання про відносність протікання подій у різних часових поясах, яке розв’язало 40% учнів та 9 завдання – задача логіко-математичного змісту, рівень виконання якої становив 27%. Ці завдання не вимагали особливих математичних розрахунків, а потребували уважного читання умови та логічного мислення. 48 учнів (4%) не змогли розв’язати жодного завдання тесту.

На рис. 2 відображено результат виконання учнями 4-5 класів кожного завдання тесту з математики.



Рис. 2. Результати виконання тестових завдань з математики учнями 4-5 класів

Тестові завдання № 1, 2, 4, 5, 6, 7, 9 – це завдання відкритого типу. Розв’язуючи такі завдання, учень мав самостійно виконати розрахунки чи міркування і записати свій варіант відповіді. Спосіб розв’язання не перевірявся, так як їх може бути кілька, а оцінювалася лише правильна відповідь.

Завдання № 3, 8 – закритого типу. Учням потрібно було вибрати одну або дві правильні відповіді із декількох запропонованих.

Результативність виконання завдань закритого чи відкритого типу не відрізняється. Якщо учень не володіє теоретичним матеріалом то, незалежно від форми запису умови, він не розв'язує завдання.

Виходячи з вищезазначеного аналізу результатів тестування **рекомендуємо вчителям початкових класів закладів загальної середньої освіти на уроках математики більше уваги приділяти:**

- 1) розвитку в учнів просторових уявлень;
- 2) розв'язуванню задач логічного змісту;
- 3) розвитку позитивного мотиву до вивчення математики цікавими завданнями;
- 4) розв'язуванню з учнями задач з математики прикладного змісту, що містять реальні життєві ситуації та формувати вміння застосовувати набуті знання при їх розв'язанні.
- 5) розвитку умінь бачити математику в реальному світі та вмінню застосовувати вивчені формули та способи розв'язування математичних задач для досягнення повсякденних цілей і потреб.

Розділ 2. Дослідження рівня математичних компетентностей учнів 9-10 класів з використанням завдань у тестовій формі за зразком завдань міжнародного дослідження PISA

Відповідно до наказу Міністерства освіти і науки України про відтермінування проведення пілотного етапу міжнародного дослідження якості освіти PISA-2021 в Україні №566 від 28.04.2020 і наказу МОН України №116 від 28.01.2021 про деякі питання підготовки та проведення у 2021 році пілотного етапу міжнародного дослідження якості освіти PISA-2022 та внесення змін до наказу Міністерства освіти і науки України від 13 березня 2020 року №400 та з метою підготовки учнів до участі в міжнародному дослідженні якості освіти PISA-2021 учням 9-10 класів був запропонований тренувальний тест з математики.

Дослідження проводилося упродовж грудня 2020 року та січня і лютого 2021 року. Тестування можна було пройти в будь-який час (урочний чи позаурочний). Всього в дослідженні взяло участь **645** учнів Черкаської області. Орієнтовний час виконання тесту **60** хвилин. Виконавши завдання тесту, учні мали змогу побачити кількість набраних балів за тест та переглянути кількість отриманих балів за кожне завдання тесту.

Навчально-тренувальні завдання створювалися за зразками завдань міжнародного дослідження якості освіти PISA попередніх років. Тест складався із **12** різнорівневих, різноформатних завдань на формування математичних компетентностей, серед яких **6** завдань закритого типу та **6** – відкритого. За правильне виконання завдання зараховувався **1** бал. За неправильне – **0** балів. Максимальна кількість балів, яку можна було набрати, правильно виконавши всі завдання, – **12**.

У таблиці 3 подано результати виконання тесту з математики учнями 9-10 класів.

Таблиця 3

Бал	Кількість учнів	Відсотки
0	5	1%
1	21	3%
2	23	4%
3	20	3%
4	33	5%
5	34	5%
6	53	8%
7	51	8%
8	72	11%

9	80	12%
10	97	15%
11	96	15%
12	60	9%

Середній бал за виконання тесту з математики становить **8**.

На рис. 3 зображено частотний розподіл результатів тестування з математики учнів 9-10 класів.

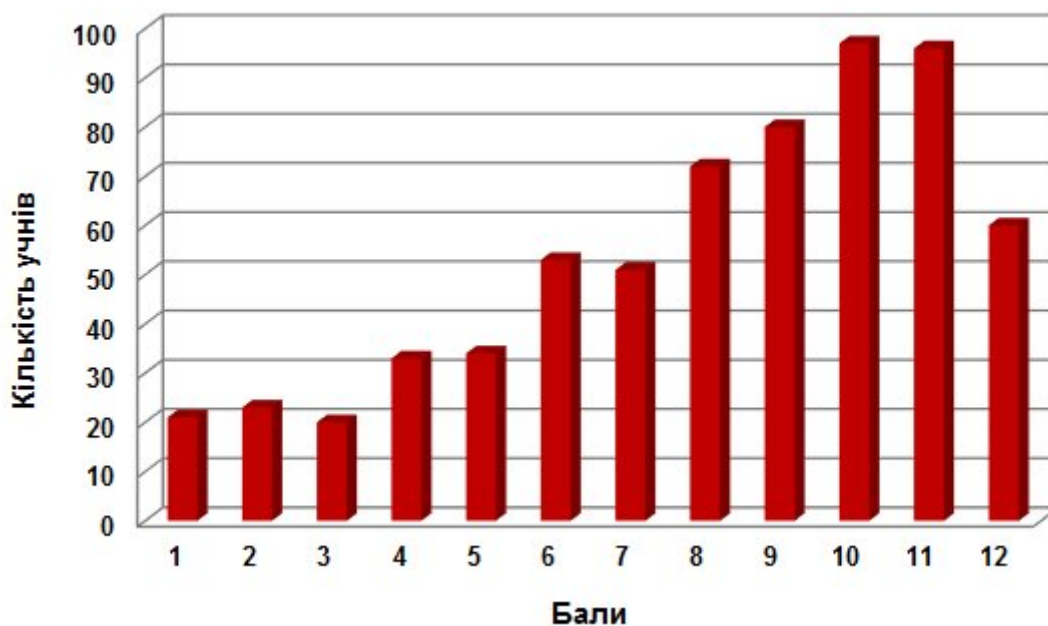


Рис. 3. Частотний розподіл результатів тестування з математики учнів 9-10 класів

У таблиці 4 подано результати виконання тесту з математики учнями 9-10 класів за рівнями навчальних досягнень.

Таблиця 4

Бали	Кількість учнів	Відсотки
1 - 3	64	10%
4 - 6	120	19%
7 - 9	203	32%
10 - 12	253	40%

Результати дослідження показали, що з **12** завдань тесту (див. додаток 2) **2** – виявилося занадто легкими (№№ **1** і **8**), **7** – легкими (№№ **2, 3, 4, 5, 7, 11** і **12**), **2** – оптимальними (№№ **6** і **10**), **1** – складним (№ **9**). Найвищий відсоток виконання завдання тесту з математики припав на завдання **початкового** рівня

навчальних досягнень (81%). Це стереометрична задача на обчислення, розв'язок якої передбачав знаходження середньої лінії трикутника. Змістова лінія – «Простір і форма». **Складним** для учнів виявилось завдання відкритого типу. Це компетентнісна задача високого рівня з математики на знаходження невідомої величини: арифметична задача на знаходження мінімальної кількості DVD-дисків, які клієнтам потрібно взяти напрокат, щоб окупилися витрачені кошти за укладений договір (27%). Змістова лінія «Величини». П'ять учнів (1%) не змогли розв'язати жодне завдання тесту.

На рис. 4 відображено результат виконання учнями 9-10 класів кожного завдання тесту з математики.



Рис. 4. Результати виконання тестових завдань з математики учнями 9-10 класів

Тестові завдання № 1, 2, 3, 6, 9, 10 – це завдання відкритого типу. Розв'язуючи такі завдання, учень мав самостійно виконати розрахунки чи міркування і записати свій варіант відповіді. Такі завдання – найскладніші. Спосіб розв'язання не перевірявся, так як їх може бути кілька, а оцінювалася лише правильна відповідь, так як і в дослідженні PISA.

Завдання № 4, 5, 7, 8, 11, 12 – закритого типу. Учням потрібно було вибрати одну або дві правильні відповіді із декількох запропонованих.

Аналіз результатів вказує на те, що результативність виконання завдань № 6, 9, 10 (відкриті завдання середнього, достатнього та високого рівня навчальних досягнень), значно нижча ніж результативність виконання завдань закритого типу № 5, 7, 8, 11, 12 того самого рівня навчальних досягнень. Завдання відкритого типу початкового рівня розв'язує переважна більшість тестованих.

Розділ 3. Дослідження рівня математичних компетентностей учнів 11 класів з використанням завдань у форматі ЗНО

З метою підготовки учнів 11 класів до зовнішнього незалежного оцінювання лабораторією-центром ЗНО та моніторингу якості освіти КНЗ «Черкаський обласний інститут післядипломної освіти Черкаської обласної ради» у грудні 2020 року було проведено тренувальне онлайн тестування з математики.

У тестуванні взяло участь 383 учні закладів загальної середньої освіти області, які бажали за допомогою тренувального незалежного оцінювання визначити свій рівень знань з даного предмета. Один учасник не розв'язав жодного завдання тесту. На виконання тесту відводилось 180 хвилин. Тест містив 33 завдання, серед яких 20 – завдання закритого типу і 13 – відкритого. За правильно вказану відповідь до завдання закритого типу зараховувався 1 тестовий бал, за завдання відкритого типу – 2 бали. Якщо вказано неправильну відповідь або відповідь на завдання не надано зараховувалось 0 балів.

Максимальна кількість балів, яку можна набрати, правильно виконавши всі тестові завдання – 46.

Тестові бали були переведені у відповідності оцінкам рівнів навчальних досягнень (за шкалою 1 – 12 балів).

У таблиці 5 подано розподіл результатів тестувань учнів 11 класу з математики за шкалою 1 – 12 балів.

Таблиця 5

Тестовий бал	Кількість учнів	Відсотки
1	34	9%
2	35	9%
3	35	9%
4	30	8%
5	33	9%
6	36	9%
7	31	8%
8	54	14%
9	37	10%
10	28	7%
11	23	6%
12	6	2%

На рис. 5 зображений частотний розподіл результатів тестувань з математики учнів 11 класів за шкалою 1– 12 балів.

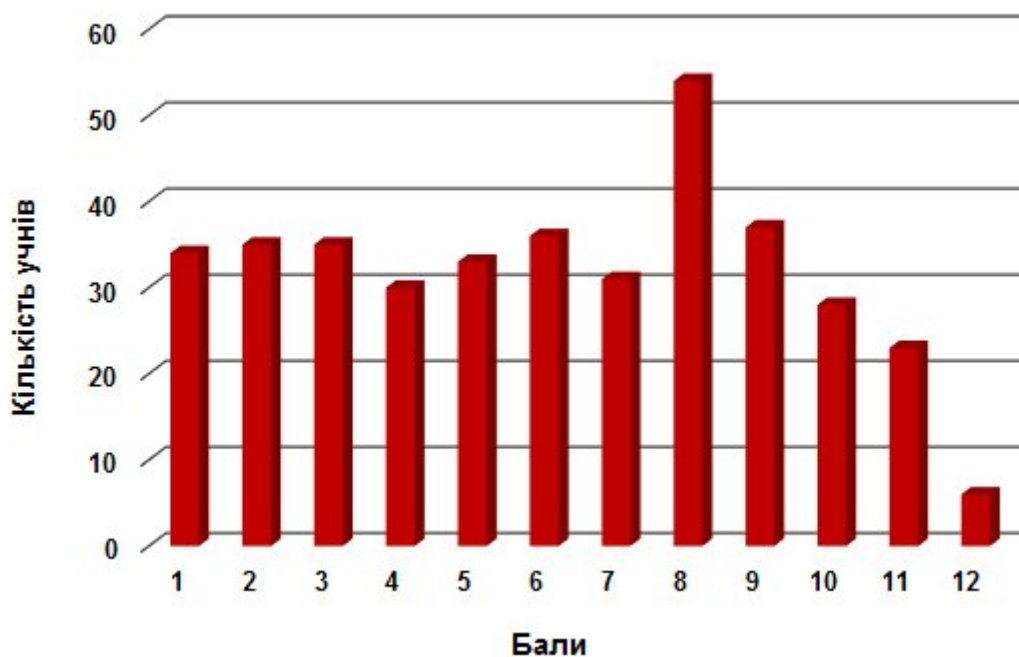


Рис. 5. Частотний розподіл результатів тестування з математики учнів 11 класів за шкалою 1– 12 балів

Середній бал за виконання тесту з математики становить **6**.

У таблиці 6 подано результати виконання тесту з математики за рівнями навчальних досягнень.

Таблиця 6

Бали	Кількість учнів	Відсотки
1 -- 3	104	27%
4 -- 6	99	26%
7 --9	122	32%
10 --12	57	15%

На рис. 6 зображений розподіл результатів тестувань учнів з математики за рівнями навчальних досягнень.

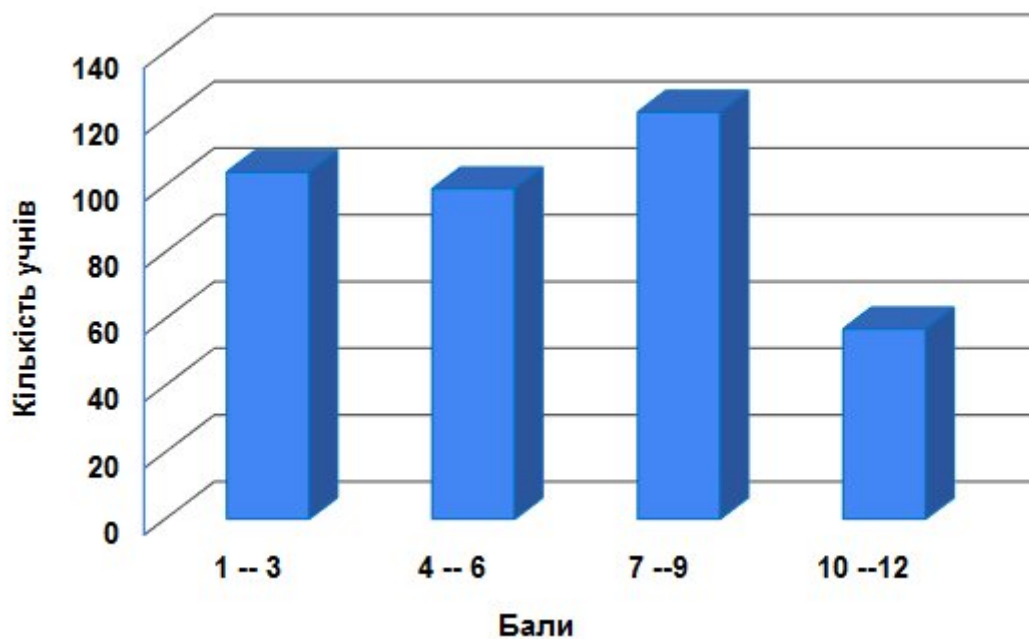


Рис. 6. Розподіл результатів тестувань учнів 11 класів з математики за рівнями навчальних досягнень

Результати тренувального тестування з математики показують, що і початковий і середній рівень навчальних досягнень має четверта частина учнів, які проходили тестування, третина – достатній і лише 15% тестованих – високий.

На рис. 7 зображено рівень виконання учнями 11 класу кожного завдання тесту з математики.

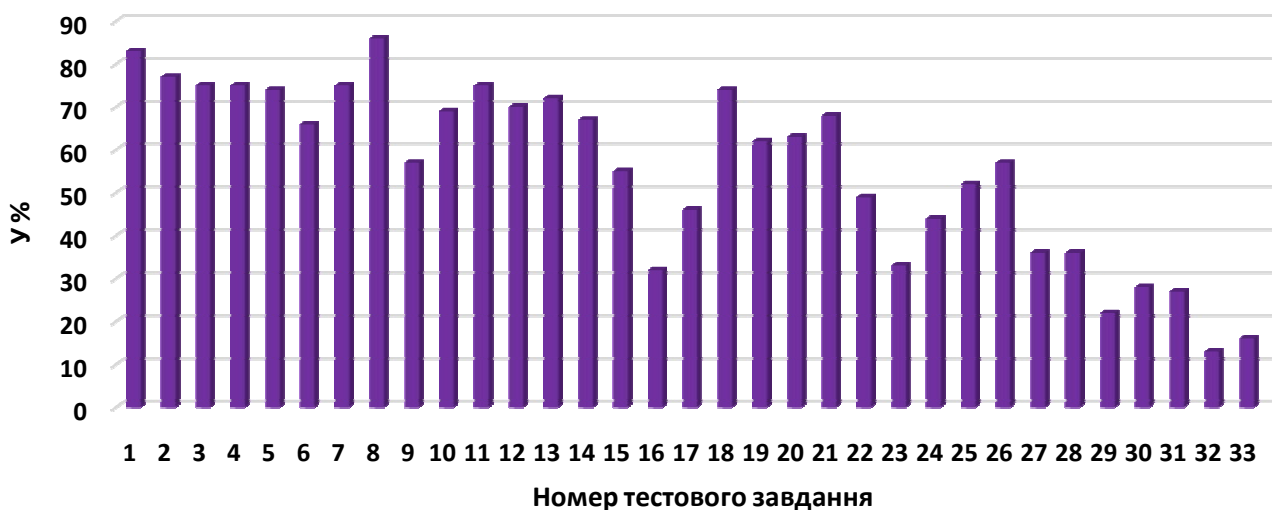


Рис. 7. Рівень виконання учнями 11 класів кожного завдання тесту з математики.

Результати дослідження показали, що з **33** завдань тесту (див. додаток 3) **2** – виявилися занадто легкими, **15** – легкими, **7** – оптимальними, **7** – важкими та **2** – занадто важкі. Якщо порівняти рівень виконання тестових завдань

закритого типу з рівнем виконання завдань відкритого типу, то можна констатувати, що результативність виконання завдань відкритого типу набагато нижча за рівень виконання завдань закритого типу.

Виходячи з вище зазначеного аналізу результатів тестування учнів 9-10 та 11 класів, з метою підвищення рівня математичної освіти **рекомендуємо вчителям математики закладів загальної середньої освіти:**

1) мотивувати учнів до розв'язування задач, що містять елементи життєвих ситуацій;

2) розв'язувати задачі логіко-математичного змісту;

3) використовувати завдання на аналіз графіків і діаграм, розшифрування представлених на них даних, їх пояснення;

4) мотивувати учнів до вивчення математики цікавими завданнями;

5) акцентувати увагу не тільки на розв'язуванні задач, а й на завданнях, у яких необхідно пояснити або обґрунтувати власну думку, спираючись на результати виконаних розрахунків, довести або спростувати твердження на підставі отриманих результатів обчислень;

6) під час складання тесту з математики з метою перевірки рівня навчальних досягнень учнів з опрацьованої на попередніх уроках теми, бажано тест формувати переважно із завдань відкритого типу.

ПІСЛЯМОВА

У світі не існує жодної професії, де не зустрічається математика. Адже математика – це не просто формули і розрахунки, це логіка і порядок, які впливають із правил і функцій. Математичні знання надають можливість людині правильно міркувати, аналізувати, формувати свої думки, утримувати в голові складні послідовності і вибудовувати між ними взаємозв'язок.

Математика, як навчальний предмет, посідає одну з основних позицій серед інших шкільних предметів, які привносять значний вклад у загальний розвиток дитини. Зокрема, математика розвиває розумові здібності дитини, до того ж вона закладає основу раціонального мислення та інтелектуального розвитку ще на етапі навчання дитини в загальноосвітній школі. Математика навчає школяра вирішувати будь-яке завдання декількома способами. Завдяки цьому учень розвиває своє неординарне мислення.

Згідно з результатами тренувальних тестувань виявлено недостатньо сформовані навички розв'язування задач логічного змісту, також досліджено, що в учнів викликають труднощі завдання, в яких описується життєва ситуація, яка потребує від учня розуміння проблеми, описаної в тексті, та вирішення її, застосовуючи знання, вміння, навички з тієї або іншої предметної галузі.

Розв'язання математичних завдань не передбачає прив'язки до конкретного способу розв'язку. Учень може використати будь-який спосіб розв'язання, зокрема міркування, побудовані на методі перебору чи повної індукції. Саме тому, при перевірці відповідей завдань за зразком PISA, значна увага приділяється врахуванню всіх умов завдання та правильній інтерпретації отриманих результатів.

Замість запам'ятовування фактів та визначень понять учні в закладах освіти повинні набувати компетентностей. **Навіщо вивчати алгебру, якщо у звичайному дорослому житті ці рівняння та формули не знадобляться?** Учителю потрібно довести учневі, що математика найперше вчить нас думати, розвиває мислення і це справді так. От тільки є один нюанс: математику варто вивчати саме таким чином, щоб діти не заучували факти, а вчилися розуміти їх. Учитель має допомагати учням формувати ядро знань, на яке накладаються вміння цими знаннями користуватися.

У концепції «Нова українська школа» зазначено, що «центральне місце в системі освіти належить середній школі. На відміну від університету, в школі ще можна вирівняти дисбаланс у розвитку дітей. Тут вирішується, чи людина захоче і чи зможе навчатися впродовж життя» [2].

Відомо, що той, хто має належні знання з математики, той вміє реалізовувати себе у багатьох напрямках і сферах життя.

ДОДАТКИ

Додаток 1

Тест з математики для учнів 4-5 класів за зразком завдань міжнародного дослідження PISA

Завдання 1

Квадрат зі стороною 5 см розрізали на квадратики зі стороною 1 см кожний. Із одержаних квадратиків, утворили стрічку. Яка довжина цієї стрічки?

Завдання 2

Ви готуєте свою власну заправку для салату. Ось рецепт на 100 мілілітрів (мл) заправки: салатне масло 60 мл, оцет 30 мл, соєвий соус 10 мл. Скільки мілілітрів (мл) салатного масла знадобиться, щоб зробити 150 мл цієї заправки?

Завдання 3

Олена придбала велосипед, до керма якого прикріплений спідометр (рис. 1). Під час поїздки за допомогою спідометра Олена може визначати відстань і середню швидкість. Спочатку Олена проїхала 4 км за 10 хвилин, а потім ще 2 км за 5 хвилин. Яке з нижче наведених тверджень є правильним?



Рис. 1

А Середня швидкість Олени була більшою впродовж перших 10 хвилин, ніж впродовж наступних 5 хвилин.

Б Середня швидкість Олени була однаковою впродовж перших 10 хвилин і впродовж наступних 5 хвилин.*

В Середня швидкість Олени була меншою впродовж перших 10 хвилин, ніж впродовж наступних 5 хвилин.

Г За наданою інформацією неможливо нічого сказати про середню швидкість Олени.

Завдання 4

Марк (із Сіднея в Австралії) і Ганс (із Берліна в Німеччині) часто спілкуються один з одним в Інтернеті. Щоб визначити зручний для спілкування час, Марк знайшов у Інтернеті відомості, у яких подано співвідношення плин

часу в різних частинах світу (див. рис. 2). Який час у Берліні, якщо в Сіднейі 19 год.?



Рис. 2

Завдання 5

Рома малює східці, що утворюються за допомогою квадратів. На рис. 3 показано послідовність етапів утворення східців. З малюнка видно, що на першому етапі він використав один квадрат, на другому етапі – три квадрати і на третьому етапі – шість квадратів. Скільки квадратів він використає на четвертому етапі?

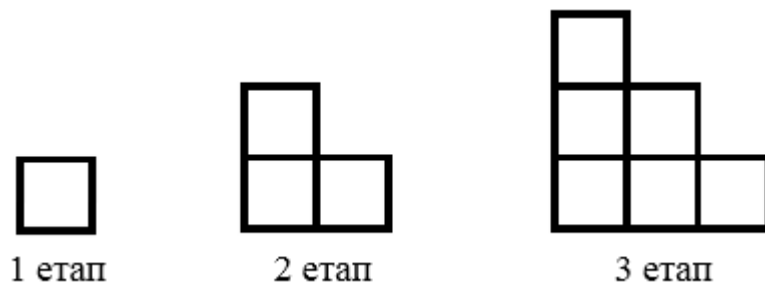


Рис. 3

Завдання 6

Автомобільний журнал використовує рейтингову систему оцінювання для порівняння характеристик нових авто і надає звання «Автомобіль року» тій, що отримала найвищий загальний бал. Було оцінено п'ять нових авто. Їхні рейтинги, що наведені в таблиці, визначалися за правилами: 3 бали – чудово, 2 бали – добре, 1 бал – непогано. Для визначення загального балу кожного авто журнал використовував формулу:

$$\text{загальний бал} = 3 \cdot S + F + E + T.$$

Обчисліть загальний бал автомобіля «Ca».

Автомобіль	Забезпечення безпеки	Економія пального	Зовнішній вигляд	Внутрішні зручності
	(S)	(F)	(E)	(T)
Ca	3	1	2	3
M2	2	2	2	2
Sp	3	1	3	2
N1	1	3	3	3
KK	3	2	3	2

Завдання 7

На рис. 4 зображені сходи висотою 252 см. Яка висота кожної з 14 сходинок?

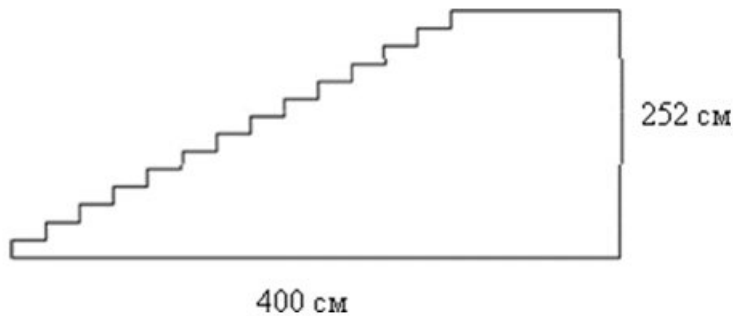


Рис. 4

Завдання 8

Туристи мали пройти 36 км. Вони пройшли $\frac{3}{4}$ всього шляху. Скільки кілометрів залишилося пройти туристам.

А 27 км

Б 18 км

В 12 км

Г 9 км

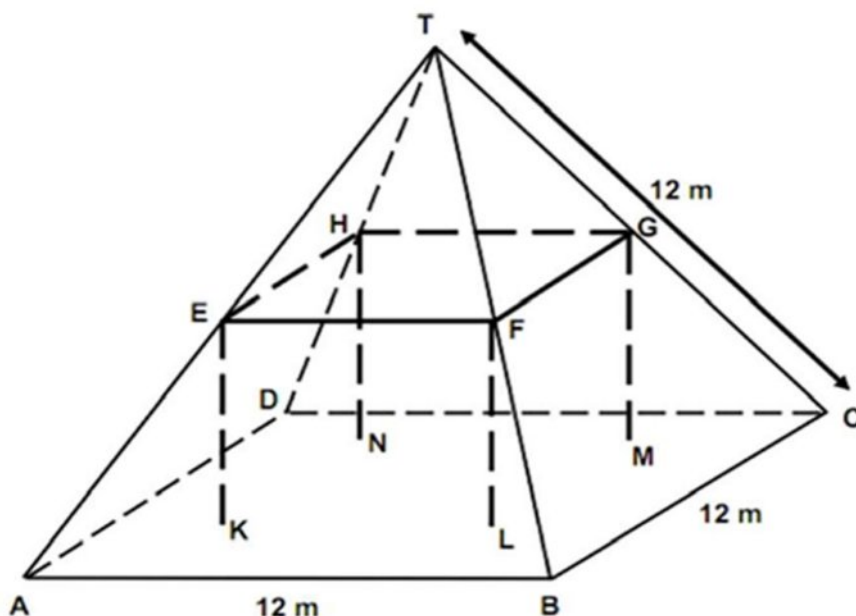
Завдання 9

На озері почали розпускатися лілії. Кожного дня кількість лілій збільшувалася вдвічі. На двадцятий день ліліями заросла вся поверхня озера. На який день половина озера була вкрита ліліями? Відповідь запишіть числом.

Тест з математики для учнів 9-10 класів за зразком завдань міжнародного дослідження PISA

Завдання 1

На рисунку 1 зображено математичну модель приватного будинку, дах якого має форму піраміди й вказані довжини деяких відрізків. Нижня частина даху будинку в моделі є квадратом $ABCD$. Стійки, на які спирається дах, є ребрами бетонного блоку, що має форму прямокутного паралелепіпеда $EFGHKL MN$. Точка E – середина ребра AT , F – середина BT , G – середина CT , H – середина DT . Усі ребра піраміди дорівнюють 12 м. Обчисліть довжину відрізка EF – горизонтального ребра бетонного блоку.

**Рис. 1****Завдання 2**

Учитель географії оцінює знання учнів шляхом тестування. Максимальний бал, який можна отримати за виконання кожного тесту, дорівнює 100. Середній бал Тетяни за чотири перших тести дорівнює 60. За п'ятий тест вона отримала 80 балів. Чому дорівнює середній бал Тетяни з географії за всі п'ять тестів?

Завдання 3

Двері, які складаються з трьох скляних перегородок, обертаються навколо своєї центральної вісі всередині циліндричного простору. Внутрішній діаметр цього простору 2 метри. Перегородки ділять простір на три рівні сектори. На рис. 2 схематично показано перегородки в трьох різних розташуваннях, якщо дивитися на них зверху. Яка величина кута (в градусах) між двома перегородками?

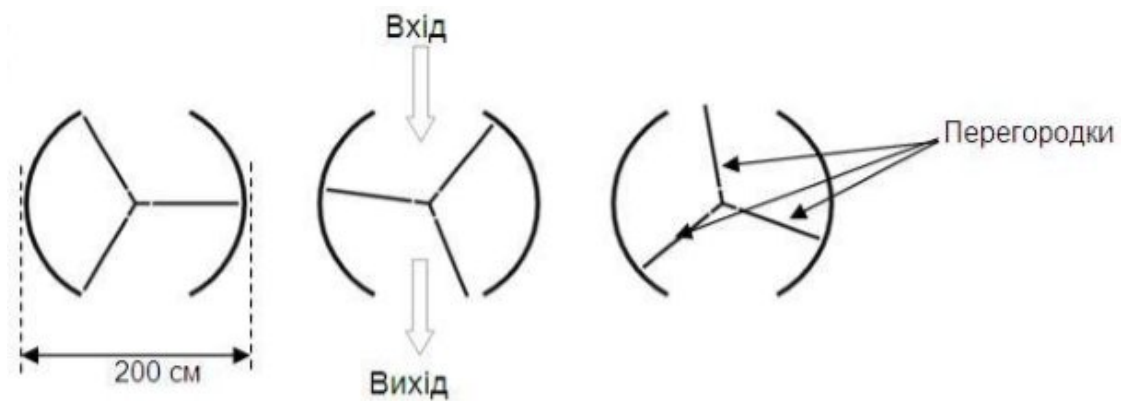


Рис. 2

Завдання 4

На рисунку 3 зображені два гральні кубики, для яких виконується таке правило: сума очок, зображених на двох будь-яких протилежних сторонах кубика, дорівнює семи. Виберіть розгортки з яких можна скласти кубик, у якого сума очок на протилежних сторонах дорівнюватиме 7?

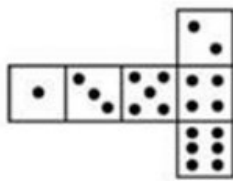


Рис. 1

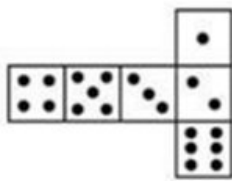


Рис. 2

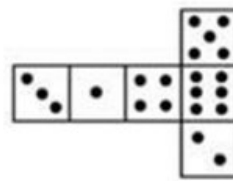


Рис. 3

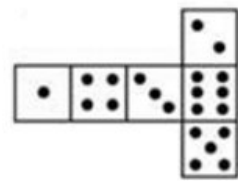


Рис. 4

Рис. 3

- А. Рис. 1
- Б. Рис. 2
- В. Рис. 3
- Г. Рис. 4

Завдання 5

Олена щойно придбала новий велосипед. У нього є спідометр, що закріплений на кермі. Спідометр показує відстань, яку Олена проїхала, і середню швидкість її поїздки. Олена проїхала 6 км до будинку своєї тітки. Спідометр показав, що в середньому вона їхала зі швидкістю 18 км/год. Яке з наступних тверджень правильне?

- А Олена витратила 20 хвилин, щоб доїхати до будинку тітки.
- Б Олена витратила 30 хвилин, щоб доїхати до будинку тітки.
- В Олена витратила 3 години, щоб доїхати до будинку тітки.

Завдання 6

На графіку (див. рис. 4) показаний середній зріст дівчат і юнаків у Нідерландах у 1998 році. У порівнянні з 1980 роком середній зріст 20-річних

дівчат у 1998 році збільшився на 2,3 см і дорівнював 170,6 см. Чому дорівнював середній зріст 20-річних дівчат у 1980 році? Відповідь запишіть числом, не вказуючи одиниці вимірювання.

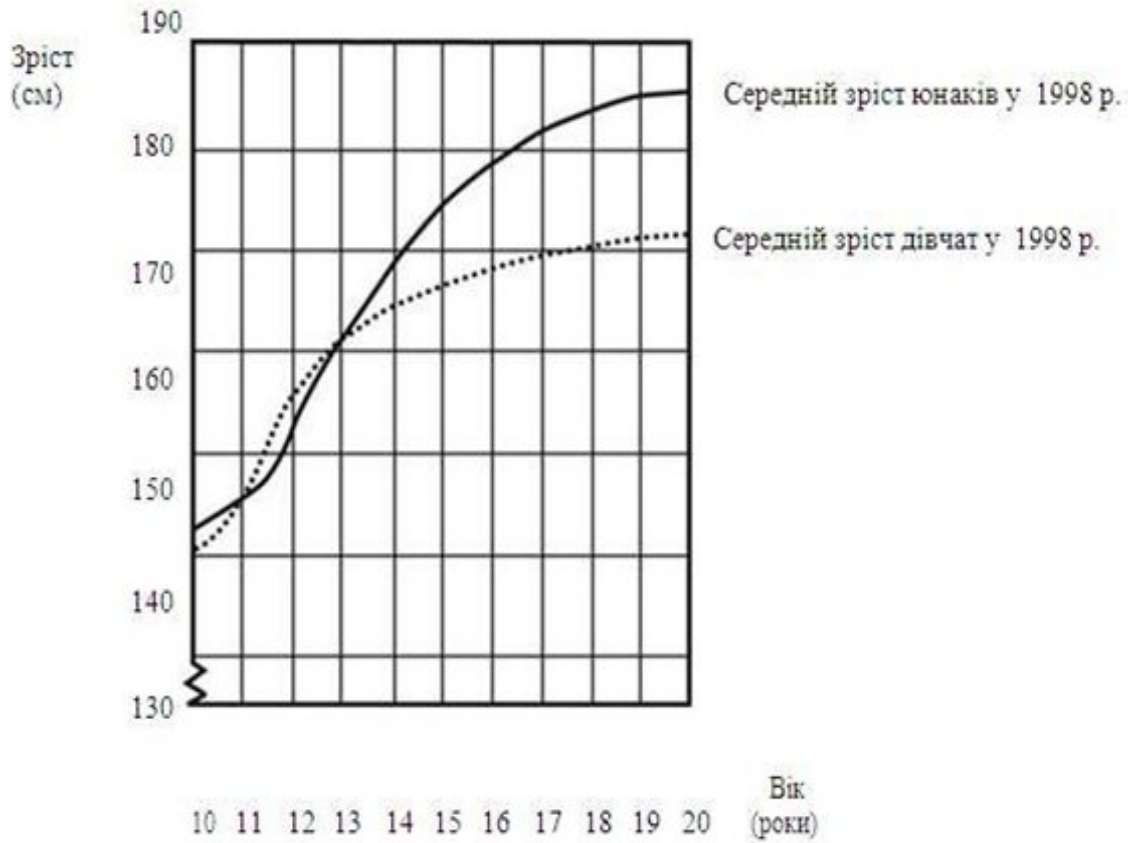


Рис. 4
Завдання 7

Мама Максима дозволила сину вийняти з коробки одну цукерку, не заглядаючи в неї. Кількість цукерок різного кольору в коробці показано на діаграмі (див. рис. 5). Яка ймовірність того, що Максим дістане червону цукерку?

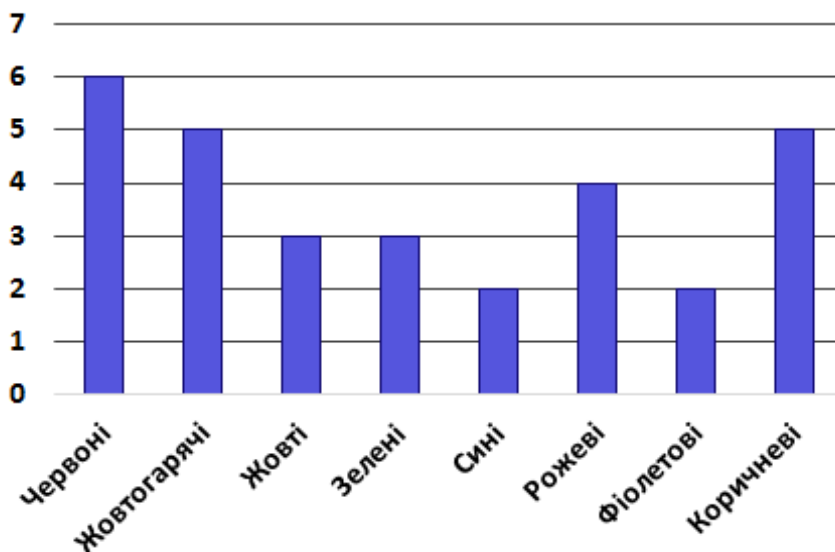


Рис. 5

- A 10%
- B 20%
- C 25%
- D 50%

Завдання 8

Дев'яносто п'ять відсотків товарів у світі перевозять морським шляхом. У цих перевезеннях задіяно близько 50 000 танкерів, вантажних кораблів і контейнеровозів. Більшість цих кораблів використовують дизельне паливо. Для зменшення витрат дизельного палива і його негативного впливу на довкілля інженери планують створювати кайти (вітрила), що допомагатимуть рухатися кораблям, використовуючи силу вітру (див. рис. 6). Одна з переваг використання кайта полягає в тому, що він рухається на висоті 150 м. Там швидкість вітру приблизно на 25% більша, ніж на рівні палуби корабля. З якою швидкістю дме вітер на кайт, коли швидкість вітру на палубі корабля дорівнює 24 км/год?

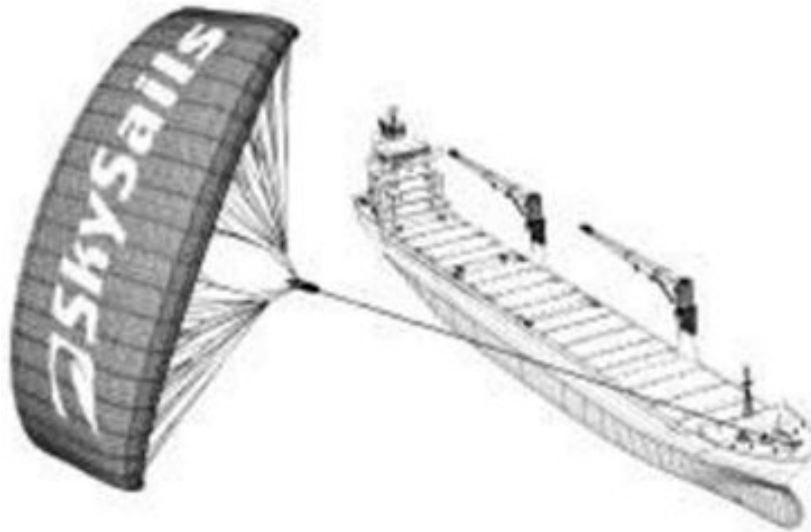


Рис. 6

- A 6 км/год
- Б 18 км/год
- В 25 км/год
- Г 30 км/год
- Д 49 км/год

Завдання 9

Галина працює в магазині, де можна взяти напрокат DVD-диски та комп'ютерні ігри. З магазином можна вкласти договір і брати напрокат диски та ігри за пільговими цінами. Вартість внеску за вкладення договору на рік становить 10 зедів. Ціни за прокат DVD-дисків для клієнтів, які вклали договір, та для клієнтів, що не вклали договір, наведено в таблиці. Яку мінімальну

кількість DVD-дисків треба взяти напрокат клієнтам, які вклали договір, щоб окупити витрачені кошти?

Для клієнтів без договору (плата за один DVD-диск)	Для клієнтів із договором (плата за один DVD-диск)
3,20 зєда	2,50 зєда

Завдання 10

Олена поїхала велосипедом на річку, що знаходиться за 4 км від дому, і витратила на це 9 хвилин. Додому вона поверталася коротшою дорогою (3 км) та витратила лише 6 хвилин. Яка була середня швидкість Олени (у км/год) під час поїздки на річку й назад?

Завдання 11

У садівника є 32 м дроту, яким він хоче позначити на землі межу клумби. Форму клумби йому потрібно вибрати з наступних варіантів, що зображені на рисунку 7. Знайдіть серед запропонованих варіантів форм клумб, ту для якої не вистачить садівникові 32 м дроту, щоб позначити її межу.

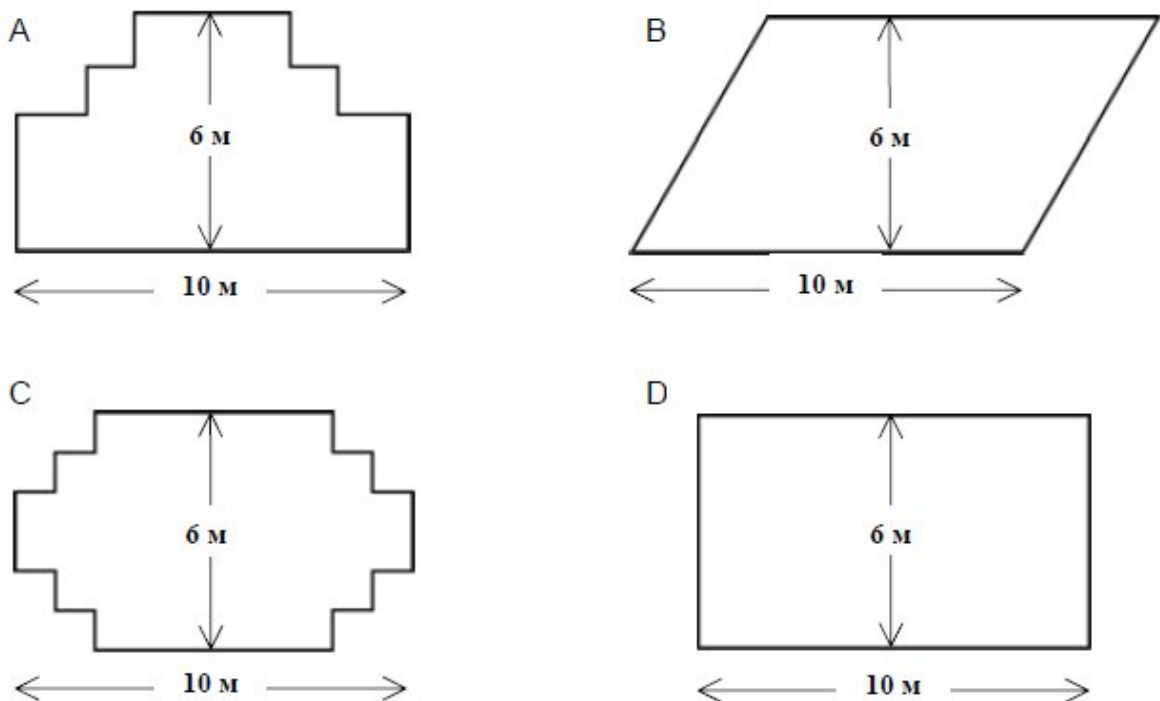


Рис. 7

А рис. А

Б рис. В

В рис. С

Г рис. D

Завдання 12

Космічна станція N перебувала на орбіті 15 років і впродовж цього часу існування в космосі 86 500 разів облетіла навколо Землі. Найдовший період перебування космонавта на станції N тривав 680 днів. Скільки разів космонавт облетів навколо Землі?

А 110

Б 1100

В 11000

Г 110000

Тест з математики для учнів 11 класів у форматі ЗНО

1. Спростіть вираз $\frac{3x+12}{x^2-16}$.

А $\frac{3}{4-x}$

Б $\frac{3}{x+4}$

В $\frac{3}{x-4}$

Г $-\frac{3}{x+4}$

Д $\frac{1}{x-4}$

2. Прямі m і n паралельні. Обчисліть величину кута x , зображеного на рис. 1.

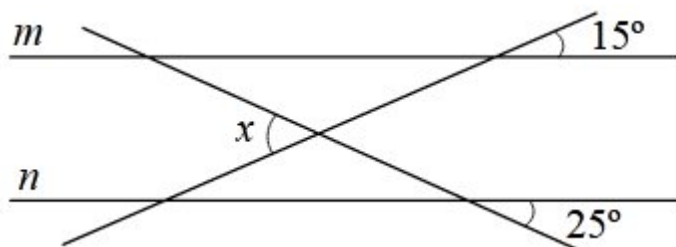


Рис. 1

А 40°

Б 45°

В 50°

Г 80°

Д 140°

3. Обчисліть $\frac{\sqrt[3]{128}}{\sqrt[3]{2}}$.

А 64

Б 18

В 8

Г 4

Д 2

4. Яка з поданих нижче послідовностей є арифметичною прогресією?

А 9; 7; 4; 1

Б -4; -2; 0; 1

В 3; 6; 12; 24

Г 1; 3; 6; 10

Д 3; 7; 11; 15

5. У Оксани є певна кількість горіхів. Коли вона розклала їх у купки по 5 горіхів, то два горіхи залишилися, а коли розклала їх по 3, то зайвих горіхів не виявилось. Яка кількість горіхів із запропонованих варіантів **МОГЛА БУТИ** в Оксани?

- А 32
- Б 45
- В 57
- Г 63
- Д 81

6. Розв'яжіть нерівність $\left(\frac{1}{5}\right)^x \leq \frac{1}{25}$.

- А $(-\infty; 5]$
- Б $(-\infty; 2]$
- В $(0; 2]$
- Г $[2; +\infty)$
- Д $[5; +\infty)$

7. У сонячний день довжина тіні від дерева становить 16 м. У той самий час тінь від хлопчика, який має зріст 1,5 м, дорівнює 2 м (див. рис. 2). Визначте висоту дерева.

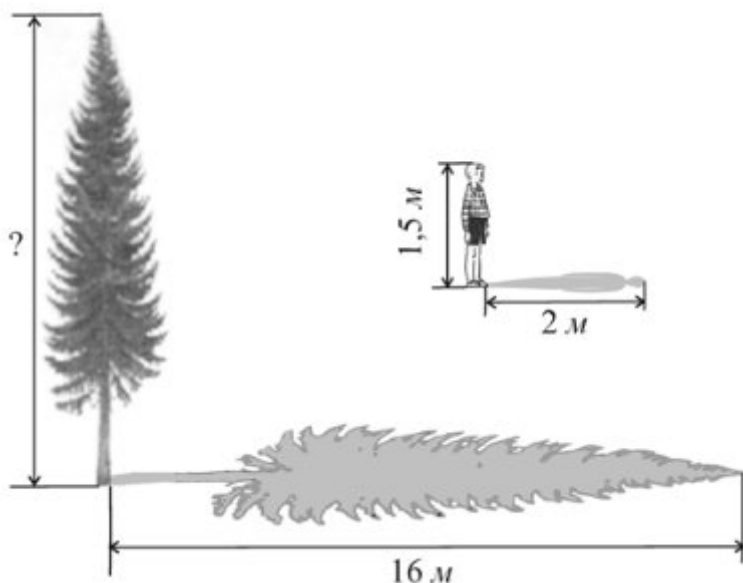


Рис. 2

- А 12 м
- Б 12,5 м
- В 13 м
- Г 14 м
- Д 15,5 м

8. За переказ грошей клієнт повинен сплатити банку винагород в розмірі 2% від суми переказу. Скільки всього грошей (у гривнях) йому потрібно сплатити в касу банку, якщо сума переказу становить 30 000 грн?

- А 36 000 грн

- Б 30 600 грн
 В 30 060 грн
 Г 30 030 грн
 Д 30 006 грн

9. Якщо $a = 1 - \frac{b}{c}$, то $b =$

- А $c(1-a)$
 Б $c(a-1)$

В $\frac{c}{1-a}$

Г $\frac{1-a}{c}$

Д $1-ac$

10. Укажіть правильну нерівність.

А $\frac{3}{8} > \frac{5}{8}$

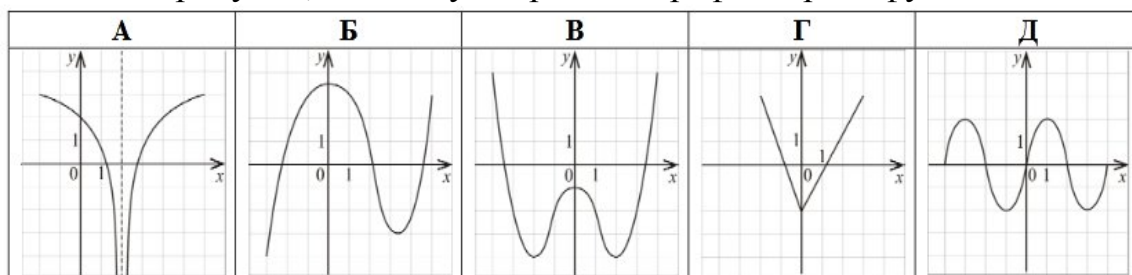
Б $\frac{7}{2} < \frac{7}{3}$

В $\frac{8}{9} > \frac{9}{8}$

Г $\frac{5}{6} > \frac{4}{5}$

Д $\frac{19}{21} < \frac{6}{7}$

11. Укажіть рисунок, на якому зображено графік парної функції.



12. Знайдіть вектор $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$, якщо $\vec{a}(3; -1; 2)$, $\vec{b}(-2; 2; 5)$.

А $\vec{c}(5; -3; -3)$

Б $\vec{c}(4; 0; -1)$

В $\vec{c}(8; 0; -1)$

Г $\vec{c}(4; -4; -1)$

Д $\vec{c}(8; -4; -1)$

13. У туриста є 10 однакових за розмірами консервних банок, серед яких 4 банки – з тушкованим м'ясом, 6 банок – з рибою. Під час зливи етикетки

відклеїлися. Турист наважання взяв одну банку. Яка ймовірність того, що вона буде з рибою?

А $\frac{1}{10}$

Б $\frac{2}{3}$

В $\frac{1}{6}$

Г $\frac{3}{5}$

Д $\frac{2}{5}$

14. Знайдіть похідну функції $y = x^4 + 3 \cos x$.

А $y' = 4x^3 + 3 \sin x$

Б $y' = 4x - 3 \sin x$

В $y' = 4x^3 - 3 \sin x$

Г $y' = \frac{x^5}{5} + 3 \sin x$

Д $y' = x^3 - 3 \sin x$

15. Укажіть УСІ ПРАВИЛЬНІ твердження.

I. Через точку А, що не належить площині α , можна провести лише одну пряму, паралельну площині α .

II. Через точку А, що не належить площині α , можна провести лише одну площину, паралельну площині α .

III. Через точку А, що не належить площині α , можна провести лише одну пряму, перпендикулярну до площини α .

IV. Через точку А, що не належить площині α , можна провести лише одну площину, перпендикулярну до площини α .

А II

Б II, III

В I, IV

Г I, III, IV

Д II, III, IV

16. На рис. 3 зображено графік функції $y = f(x)$ і дотичну до нього в точці з абсцисою x_0 . Знайдіть значення $f'(x_0)$.

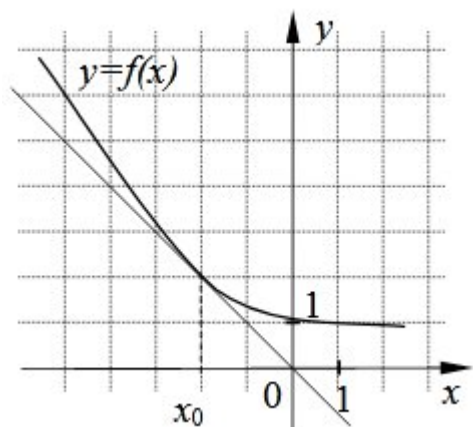


Рис. 3

А -2

Б -1

В 0

Г 1

Д 2

17. Розв'яжіть рівняння $2\sin x=1$.

А $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$

Б $(-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$

В $(-1)^n \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$

Г $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$

Д $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$

18. Обчисліть значення виразу $\log_5 49 + 2\log_5 \frac{5}{7}$.

А 0

Б 1

В 2

Г 4

Д 25

19. Гострий кут паралелограма дорівнює 60° , а його сторони – 3 см і 4 см.

Обчисліть довжину меншої діагоналі паралелограма.

А $\sqrt{37}$ см

Б $\sqrt{31}$ см

В 5 см

Г $\sqrt{19}$ см

Д $\sqrt{13}$ см

20. На папері у клітинку зображено трикутник ABC , вершини якого збігаються з вершинами клітинок (див. рис. 4). Знайдіть площу трикутника ABC , якщо кожна клітинка є квадратом зі стороною завдовжки 1 см.

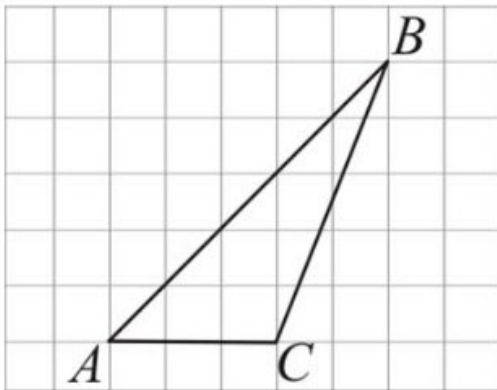


Рис. 4

- А 15см^2
- Б $8,5\text{см}^2$
- В 8см^2
- Г $7,5\text{см}^2$
- Д 7см^2

$$\frac{2^{-1,6} \cdot 4^{4,8}}{8^{\frac{2}{3}}}$$

21. Обчисліть $\frac{2^{-1,6} \cdot 4^{4,8}}{8^{\frac{2}{3}}}$.

22. У трапеції $ABCD$: $\angle A = 90^\circ$, $AB = 12$ см (див. рис. 5). Діагональ BD ділить середню лінію KL трапеції на відрізки KM і ML , причому $KM = 5,5$ см і $ML = 3$ см. Обчисліть периметр трапеції $ABCD$ (у см).

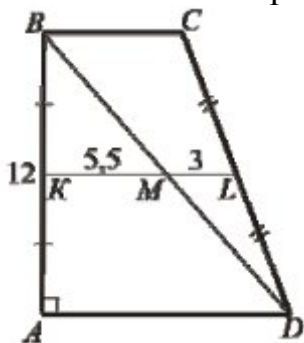


Рис. 5

23. Обчисліть $\cos \alpha$, якщо $\sin \alpha = 0,8$ і $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

24. Дві вежі, одна з яких 40 футів, а друга – 30 футів заввишки, розташовано на відстані 50 футів одна від одної. До криниці, що знаходиться між ними, одночасно з обох веж злетіло по пташці. Рухаючись з однаковою швидкістю, вони прилетіли до криниці одночасно. Знайдіть відстань від криниці до найближчої вежі (у футах).

25. Розв'яжіть рівняння $\log_6(x-3) + \log_6(x-8) = 2$.

Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь; якщо воно має два корені, то у відповідь запишіть їх суму.

26. У фермерському господарстві „Надія” кожен рік озимою пшеницею засівають 600 га полів. Середня врожайність цієї культури в 2007 році становила 24 центнери з одного гектара. Завдяки сприятливим погодним умовам у 2008 році озимої пшениці було зібрано на 19 200 центнерів більше, ніж у 2007. Обчисліть середню врожайність озимої пшениці, вирощеної у господарстві „Надія” в 2008 році (у ц/га). (Середня врожайність сільськогосподарської культури – це відношення маси зібраного врожаю цієї культури до загальної площі полів, на яких вона була вирощена.)

27. Знайдіть КІЛЬКІСТЬ усіх цілих розв’язків нерівності $\frac{x^2 - x - 12}{(x+1)^2} \leq 0$.

Якщо нерівність має безліч цілих розв’язків, то у відповідь запишіть число 100.

28. Кімната має форму прямокутного паралелепіпеда (ширина кімнати – 4 м, довжина – 5 м, висота – 2,5 м). Площа стін кімнати дорівнює 0,8 площі бічної поверхні цього паралелепіпеда. Скільки фарби (у кг) потрібно для того, щоб повністю пофарбувати СТІНИ і СТЕЛЮ цієї кімнати, якщо на 1 м² витрачається 0,25 кг фарби?

29. Розв’яжіть систему рівнянь
$$\begin{cases} 3^{x-2y} = \frac{1}{3}, \\ 3^x + 3^{2y} = 4\sqrt{3}. \end{cases}$$

Для одержаного розв’язку $(x_0; y_0)$ системи обчисліть ДОБУТОК $x_0 \cdot y_0$.

30. Знайдіть найбільше значення функції $y = x^3 - 3x^2 + 2$ на проміжку $[-1; 1]$.

31. Основою піраміди є ромб, тупий кут якого дорівнює 120°. Дві бічні грані піраміди, що містять сторони цього кута, перпендикулярні до площини основи, а дві інші бічні грані нахилені до площини основи під кутом 30°. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди (у см²), якщо її висота дорівнює 4 см.

32. На рис. 6 зображено графік функції $y = f(x)$, що визначена на проміжку $(-\infty; +\infty)$ і має лише три нулі. Розв’яжіть систему
$$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ x^2 + x - 6 > 0. \end{cases}$$

У відповіді запишіть суму всіх цілих розв’язків системи.

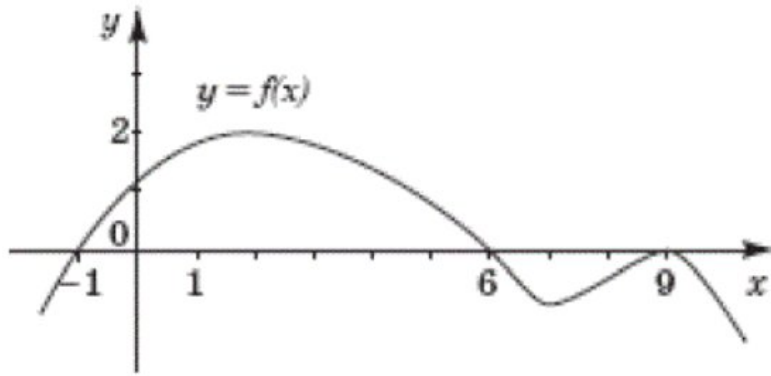


Рис. 6

33. Розв'яжіть рівняння $||2x-1|-3|=5$. Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має більше одного кореня, то у відповідь запишіть *добуток* усіх коренів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Національний звіт за результатами міжнародного дослідження якості освіти PISA-2018 / кол. авт. : М. Мазорчук (осн. автор), Т. Вакуленко, В. Терещенко, Г. Бичко, К. Шумова, С. Раков, В. Горох та ін. ; Український центр оцінювання якості освіти. Київ : УЦОЯО, 2019. 439 с.
2. Концепція «Нова українська школа». URL: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/nova-ukrainska-shkola-compressed.pdf>
3. Приклади завдань PISA з відповідями. URL: <http://gym7-cv.ho.ua/PISA/PISAmat.pdf>
4. ЗНО/ДПА. Тести минулих років. Математика. URL: <https://testportal.gov.ua/testy-mynulyh-rokiv/>
5. Методичні рекомендації про викладання математики у 2020/2021 навчальному році. URL: <https://www.schoollife.org.ua/metodychni-rekomendatsiyi-pro-vykladannya-matematyky-u-2020-2021-navchalnomu-rotsi/>

Видання підготовлено до друку та віддруковано
редакційно-видавничим відділом КНЗ «ЧОПОПП ЧОР»
Зам. № 1588 Тираж 100 пр.
18003, Черкаси, вул. Бидгощська, 38/1